



УКРАЇНА

(19) **UA** (11) **37744** (13) **U**  
(51) МПК (2006)  
G01H 11/00МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ  
І НАУКИ УКРАЇНИДЕРЖАВНИЙ ДЕПАРТАМЕНТ  
ІНТЕЛЕКТУАЛЬНОЇ  
ВЛАСНОСТІ**ОПИС  
ДО ПАТЕНТУ  
НА КОРИСНУ МОДЕЛЬ**видається під  
відповідальність  
власника  
патенту**(54) СПОСІБ ВИЗНАЧЕННЯ ПАРАМЕТРА КОЛИВАНЬ НЕЛІНІЙНОЇ ДИСИПАТИВНОЇ КОЛИВАЛЬНОЇ СИСТЕМИ**

1

2

(21) u200807647

(22) 04.06.2008

(24) 10.12.2008

(46) 10.12.2008, Бюл.№ 23, 2008 р.

(72) ПУЗЬКО ІГОР ДАНИЛОВИЧ, UA

(73) СУМСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ, UA

(57) Спосіб визначення параметра коливань нелінійної дисипативної коливальної системи, за яким задають перше початкове і перше кінцеве значення амплітуди вільних коливань нелінійної дисипативної коливальної системи, вимірюють перший часовий інтервал і перше число циклів в цьому часовому інтервалі при зміні амплітуди вільних коливань від її першого початкового значення до першого кінцевого значення, потім змінюють інер-

ційність нелінійної дисипативної коливальної системи і приводять вищевизначену сукупність операцій по виміру другого часового інтервалу і числа циклів в цьому часовому інтервалі, який **відрізняється** тим, що інерційність нелінійної дисипативної коливальної системи змінюють  $(2N-1)$  разів, де  $N = 1, 2, 3, \dots$ , і при кожній із  $(2N-1)$  змін інерційності приводять вимір часового інтервалу і число циклів в кожному із  $(2N-1)$  часових інтервалів, при незмінних в кожному із  $(2N-1)$  часових інтервалів першого початкового і першого кінцевого значень амплітуди вільних коливань, а оцінку  $\hat{\omega}_0$  частоти вільних коливань визначають по співвідношенню:

$$\hat{\omega}_0 = \frac{\left\{ \sum_{i=1}^{2N} \Delta_i^{\pm} \Psi \Delta_i^{\pm} (\Delta_i m \Delta_i t) \sum_{i=1}^{2N} \Delta_i^{\pm} (\Delta_i m \Delta_i t) \Delta_i^{\pm} \Delta_i t - \sum_{i=1}^{2N} \Delta_i^{\pm} \Psi \Delta_i^{\pm} \Delta_i t \sum_{i=1}^{2N} \left[ \Delta_i^{\pm} (\Delta_i m \Delta_i t) \right]^2 \right\}}{\left\{ \left[ \sum_{i=1}^{2N} \Delta_i^{\pm} (\Delta_i m \Delta_i t) \Delta_i^{\pm} \Delta_i t \right]^2 - \sum_{i=1}^{2N} \left( \Delta_i^{\pm} \Delta_i t \right)^2 \sum_{i=1}^{2N} \left[ \Delta_i^{\pm} (\Delta_i m \Delta_i t) \right]^2 \right\}}$$

де:  $\Delta_i^{\pm} \Psi = \Delta_i^{+} \Psi - \Delta_i^{-} \Psi$ ,  $\Delta_i^{+} \Psi$ ,  $\Delta_i^{-} \Psi$  - величини змін фаз коливань при  $i$ -й зміні інерційності ( $i = \overline{1, 2N}$ );  $\Delta_i^{+} \Psi$  - величина зміни фази при кожнійпарній зміні інерційності;  $\Delta_i^{-} \Psi$  - величина зміни фази при кожній непарній зміні інерційності; $\Delta_i^{+} \Psi = 2\pi n_i^{+}$ ;  $n_i^{+}$  - число циклів коливань при кожній парній зміні інерційності при зміні амплітудних значень коливань від початкового значення  $X_{a1}$  до кінцевого значення  $X_{a2}$ ; $\Delta_i^{-} \Psi = 2\pi n_i^{-}$ ;  $n_i^{-}$  - число циклів коливань при кожній непарній зміні інерційності при зміні амплітудних значень коливань від початкового значення  $X_{a1}$  до кінцевого значення  $X_{a2}$ ; $\Delta_i^{\pm} \Delta_i t = \Delta_i^{+} t - \Delta_i^{-} t$ ,  $\Delta_i^{+} t$ ,  $\Delta_i^{-} t$  - часові інтервали при кожній парній і непарній змінах інерційності відповідно при зміні амплітудних значень коливань від початкового значення  $X_{a1}$  до кінцевого значення  $X_{a2}$ ; $\Delta_i^{\pm} (\Delta_i m \Delta_i t) = \Delta_i^{+} m \Delta_i^{+} t - \Delta_i^{-} m \Delta_i^{-} t$ ,  $\Delta_i^{+} m$ ,  $\Delta_i^{-} m$  - додаткові маси, що додаються до основної маси  $m$  і змінюють інерційність коливальної системи при парній і непарній змінах інерційності відповідно.(13) **U**(11) **37744**(19) **UA**

Корисна модель відноситься до області машинобудівної, авіаційної і космічної техніки, а саме до способів визначення параметрів вільних коливань нелінійних дисипативних коливальних систем із кінцевим числом ступенів вільності, і може бути, зокрема, застосована при визначенні моментів інерції за допомогою механічних коливальних систем.

Відомий спосіб визначення параметра коливань нелінійної дисипативної коливальної системи, за яким задають перше початкове значення амплітуди коливань нелінійної дисипативної коливальної системи, вимірюють перший і другий часові інтервали зміни амплітуди коливань [Гернет М.М., Ратобильский В.Ф. Определение моментов инерции. - М.: Машиностроение, 1969, с. 84, 85, 207, 209].

Недолік відомого способу - недостатня точність, яка пояснюється помилками за рахунок прийнятого допущення про те, що коефіцієнт  $K_R$  анізотронності коливань не залежить від амплітуди коливань.

За прототип вибрано спосіб визначення параметра коливань нелінійної дисипативної коливальної системи, за яким задають перше початкове значення амплітуди коливань нелінійної дисипативної коливальної системи, вимірюють перший і другий часові інтервали зміни амплітуди коливань, задають перше кінцеве значення амплітуди коливань системи, вимір першого часового інтервалу і числа циклів коливань приводять при зміні амплітуди коливань від її першого початкового значення до першого кінцевого значення, потім задають друге початкове і друге кінцеве значення амплітуди коливань, вимір другого часового інтервалу і числа циклів коливань приводять при зміні амплітуди коливань від її другого початкового значення до другого кінцевого значення, після чого змінюють інерційність нелінійної дисипативної коливальної системи і приводять вищевказану сукупність операцій для системи з іншою інерційністю, визначення параметра нелінійної дисипативної коливальної системи приводять при урахуванні амплітуд і чисел циклів коливань, часових інтервалів, що вимірюються [Ав. св. СССР №1703990, МПК G01H11/00, 1992].

Недоліком відомого способу є недостатня точність визначення параметра коливань нелінійної

дисипативної коливальної системи, яка обумовлена неврахуванням похибок при проведенні вимірювань часових інтервалів і чисел циклів в кожному часовому інтервалі, а також недостатнім по множині інформаційним масивом даних при проведенні вимірювань і формуванні регресійної залежності для застосування методу найменших квадратів.

В основу корисної моделі поставлене завдання удосконалення способу визначення параметра коливань нелінійної дисипативної коливальної системи, що дає можливість врахувати похибки при проведенні вимірювань, фіксації і запам'ятовуванні часових інтервалів, чисел циклів в кожному часовому інтервалі, а також сформувати достатній по множині інформаційний масив часових інтервалів для появи можливості формування регресійної залежності і застосування методу найменших квадратів, що забезпечує збільшення точності визначення параметра коливань, а саме, частоти вільних коливань лінійної породжувальної системи.

Поставлене завдання вирішується тим, що в способі визначення параметра коливань нелінійної дисипативної коливальної системи, за яким задають перше початкове і перше кінцеве значення амплітуди вільних коливань нелінійної дисипативної коливальної системи, вимірюють перший часовий інтервал і перше число циклів в цьому часовому інтервалі при зміні амплітуди вільних коливань від її першого початкового значення до першого кінцевого значення, потім змінюють інерційність нелінійної дисипативної коливальної системи і приводять вище визначену сукупність операцій по виміру другого часового інтервалу і числа циклів в цьому часовому інтервалі, згідно з корисною моделлю, інерційність нелінійної дисипативної коливальної системи змінюють  $(2N-1)$  разів, де  $N=1, 2, 3, \dots$ , і при кожній із  $(2N-1)$  змін інерційності приводять вимір часового інтервалу і числа циклів в кожному із  $(2N-1)$  часових інтервалів при незмінних в кожному із  $(2N-1)$  часових інтервалів першого початкового і першого кінцевого значень амплітуди вільних коливань, а оцінку  $\hat{\omega}_0$  значення параметра частоти  $\omega_0$  вільних коливань визначають за співвідношенням

$$\hat{\omega}_0 = \frac{\left\{ \sum_{i=1}^{2N} \Delta^{\pm} \Delta_i \Psi \Delta^{\pm} (\Delta_i m \Delta_i t) \sum_{i=1}^{2N} \Delta^{\pm} (\Delta_i m \Delta_i t) \Delta^{\pm} \Delta_i t - \sum_{i=1}^{2N} \Delta^{\pm} \Delta_i \Psi \Delta^{\pm} \Delta_i t \sum_{i=1}^{2N} [\Delta^{\pm} (\Delta_i m \Delta_i t)^2] \right\}}{\left\{ \left[ \sum_{i=1}^{2N} \Delta^{\pm} (\Delta_i m \Delta_i t) \Delta^{\pm} \Delta_i t \right]^2 - \sum_{i=1}^{2N} (\Delta^{\pm} \Delta_i t)^2 \sum_{i=1}^{2N} [\Delta^{\pm} (\Delta_i m \Delta_i t)^2] \right\}}$$

де:  $\Delta^{\pm} \Delta_i \Psi = \Delta^{\pm}_i \Psi - \Delta^{\pm}_i \Psi$ ,  $\Delta^{\pm}_i \Psi$  - величини змін фаз коливань при  $i$ -й зміні інерційності ( $i = \overline{1, 2N}$ ),  $\Delta^{\pm}_i \Psi$  - величина зміни фази при кожній парній зміні інерційності;  $\Delta^{\pm}_i \Psi$  величина зміни фази при кожній непарній зміні інерційності;

$\Delta^{\pm}_i \Psi = 2\pi n^{\pm}_i$ ;  $n^{\pm}_i$  - число циклів коливань при кожній парній зміні інерційності при зміні амплітудних значень коливань від початкового значення  $X_{a1}$  до кінцевого значення  $X_{a2}$ ;

$\Delta^{\pm}_i \Psi = 2\pi n^{\pm}_i$ ;  $n^{\pm}_i$  - число циклів коливань при кожній непарній зміні інерційності при зміні амплітуд-

них значень коливань від початкового значення  $X_{a1}$  до кінцевого значення  $X_{a2}$ ;

$\Delta^+ \Delta t = \Delta^+ t - \Delta^- t$ ,  $\Delta^+ t$ ,  $\Delta^- t$  - часові інтервали при кожній парній і непарній змінах інерційності відповідно при зміні амплітудних значень коливань від початкового значення  $X_{a1}$  до кінцевого значення  $X_{a2}$ ;

$\Delta^+(\Delta t m \Delta t) = \Delta^+ m \Delta^+ t - \Delta^- m \Delta^- t$ ,  $\Delta^+ m$ ,  $\Delta^- m$  - додаткові маси, що додаються до основної маси  $m$  і змінюють інерційність коливальної системи при парній і непарній змінах інерційності відповідно.

Для формування нового алгоритму і нових аналітичних співвідношень при оцінці інерційно-жорсткісних параметрів необхідно сформулювати інформаційні масиви часових інтервалів, чисел циклів, додаткових мас і застосувати метод регресійного аналізу.

Розробка нового алгоритму і нових аналітичних співвідношень для визначення оцінок параметрів базується на застосуванні асимптотичного методу Крилова - Боголюбова - Митропольського (КБМ).

Розглянемо математичну модель МКС у вигляді нелінійного диференціального рівняння другого порядку [Боголюбов Н.Н., Митропольский Ю.А. Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний. - М.: Физматгиз, 1963. - с. 36-49].

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \omega_0^2 x = \varepsilon f\left(x, \frac{dx}{dt}\right), \quad (1)$$

де  $x$ ,  $\frac{dx}{dt}$ ,  $\frac{d^2 x}{dt^2}$  - узагальнена координата, її перша та друга похідні за часом відповідно,  $\omega_0$  - частота вільних коливань лінійної породжувальної системи;  $\omega_0^2 = cm^{-1}$ ,  $c$  - коефіцієнт жорсткості,  $m$  - маса коливальної системи;

$$\sum_{i=1}^{2N} \Delta_i \Psi = \sum_{i=1}^{2N} 2\pi n_i = \sum_{i=1}^{2N} \left( \hat{\omega}_0 - \frac{\hat{\omega}_0}{2\hat{m}} \Delta_i m \right) \Delta_i t + \sum_{i=1}^{2N} \int_{X_{a1}}^{X_{a2}} A_1^{-1} B_1 dX_a \quad (5)$$

або

$$\sum_{i=1}^{2N} (-1)^j \Delta_i \Psi = \sum_{i=1}^{2N} (-1)^j \hat{\omega}_0 \Delta_i t - \sum_{i=1}^{2N} (-1)^j \hat{\omega}_0 (2\hat{m})^{-1} \Delta_i m \Delta_i t + \sum_{i=1}^{2N} (-1)^j \int_{X_{a1}}^{X_{a2}} A_1^{-1} B_1 dX_a \quad (6)$$

Приймаючи до уваги необхідність виконання умови

$$\sum_{i=1}^{2N} (-1)^j \int_{X_{a1}}^{X_{a2}} A_1^{-1} B_1 dX_a \cong 0, \quad (7)$$

із (6) отримаємо таке рівняння

$$\sum_{i=1}^{2N} (-1)^j \Delta_i \Psi = \sum_{i=1}^{2N} (-1)^j \hat{\omega}_0 \Delta_i t - \sum_{i=1}^{2N} (-1)^j \hat{\omega}_0 (2\hat{m})^{-1} \Delta_i m \Delta_i t, \quad (8)$$

де  $\Delta_i \Psi = 2\pi n_i$ ;  $n_i$ ,  $\Delta_i t$  - числа циклів, часові інтервали при зміні амплітудних значень коливань від  $X_{a1}$  до  $X_{a2}$  для маси  $(m + \Delta_i m)$ .

На підставі (8) отримаємо такі рівняння

$f\left(x, \frac{dx}{dt}\right)$  - нелінійна функція,  $\varepsilon > 0$  - малий параметр.

Рішення  $x(t) = X_a \cos \psi$  першого наближення рівняння (1) визначається із рівнянь першого наближення [6]

$$\frac{dX_a}{dt} = \varepsilon A_1(X_a), \quad \frac{d\psi}{dt} = \omega_0 + \varepsilon B_1(X_a), \quad (2)$$

де

$$A_1(X_a) = -\frac{1}{2\pi\omega_0} \int_0^{2\pi} f(X_a \cos \psi, -\omega_0 X_a \sin \psi) \sin \psi d\psi,$$

$$B_1(X_a) = -\frac{1}{2\pi\omega_0 X_a} \int_0^{2\pi} f(X_a \cos \psi, -\omega_0 X_a \sin \psi) \cos \psi d\psi.$$

Беручи до уваги співвідношення  $\psi = 2\pi n$  між фазою  $\psi$  і кількістю коливань  $n$ , із (2) отримаємо рівняння

$$d\psi = \omega_0 dt + A_1^{-1} B_1 dX_a. \quad (3)$$

Застосовуючи метод додаткових мас  $\Delta_i m$  при умові  $\Delta_i m \ll m$ , отримаємо наближене співвідношення для визначення інформаційного масиву частот  $\omega_{0i}$  ( $i = \overline{1, 2N}$ )

$$\omega_{0i}^2 = C(m + \Delta_i m)^{-1} = C m^{-1} \left( 1 + \frac{\Delta_i m}{m} \right)^{-1}; \quad (4)$$

$$\omega_{0i} = \omega_0 \left[ 1 - \Delta_i m (2m)^{-1} \right],$$

де  $\Delta_i m$  ( $i = \overline{1, 2N}$ ) - інформаційний масив додаткових мас.

На підставі рівняння (3) при урахуванні (4) отримаємо таке рівняння

$$\left. \begin{aligned} \sum_{i=1}^{2N} \Delta_{2i}^+ \Psi &= \sum_{i=1}^{2N} \hat{\omega}_0 \Delta_{2i}^+ t - \sum_{i=1}^{2N} \hat{\omega}_0 (2\hat{m})^{-1} \Delta_{2i}^+ m \Delta_{2i}^+ t \\ \sum_{i=1}^{2N} \Delta_{2i}^- \Psi &= \sum_{i=1}^{2N} \hat{\omega}_0 \Delta_{2i}^- t - \sum_{i=1}^{2N} \hat{\omega}_0 (2\hat{m})^{-1} \Delta_{2i}^- m \Delta_{2i}^- t \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

Підсумовуючи ліві і праві частини рівнянь системи (9), отримаємо таке рівняння

$$\sum_{i=1}^{2N} \Delta_i^+ \Psi = \hat{\omega}_0 \sum_{i=1}^{2N} \Delta_i^+ t - \hat{\omega}_0 (2\hat{m})^{-1} \sum_{i=1}^{2N} \Delta_i^+ m \Delta_i^+ t, \quad (10)$$

де

$$\left. \begin{aligned} \Delta^+ \Delta_i \Psi &= \Delta^+ \Psi - \Delta^- \Psi, \\ \Delta^+ \Delta_i t &= \Delta^+ t - \Delta^- t, \\ \Delta^+ (\Delta_i m \Delta_i t) &= \Delta^+ m \Delta^+ t - \Delta^- m \Delta^- t. \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

$\Delta^{\pm}\Delta_i\Psi = \Delta^{\pm}_i\Psi - \Delta^{\pm}_i\Psi$ ,  $\Delta^{\pm}_i\Psi$ ,  $\Delta^{\pm}_i\Psi$  - величини змін фаз коливань при  $i$ -й зміні інерційності ( $i = \overline{1, 2N}$ );  $\Delta^{\pm}_i\Psi$  - величина зміни фази при кожній парній зміні інерційності;  $\Delta^{\pm}_i\Psi$  величина зміни фази при кожній непарній зміні інерційності;

$\Delta^{\pm}_i\Psi = 2\pi n^{\pm}_i$ ;  $n^{\pm}_i$  - число циклів коливань при кожній парній зміні інерційності при зміні амплітудних значень коливань від початкового значення  $X_{a1}$  до кінцевого значення  $X_{a2}$ ;

$\Delta^{\pm}_i\Psi = 2\pi n^{\pm}_i$ ;  $n^{\pm}_i$  - число циклів коливань при кожній непарній зміні інерційності при зміні амплітудних значень коливань від початкового значення  $X_{a1}$  до кінцевого значення  $X_{a2}$ ;

$\Delta^{\pm}_i t = \Delta^{\pm}_i t - \Delta^{\pm}_i t$ ,  $\Delta^{\pm}_i t$ ,  $\Delta^{\pm}_i t$  - часові інтервали при кожній парній і непарній змінах інерційності відповідно при зміні амплітудних значень коливань від початкового значення  $X_{a1}$  до кінцевого значення  $X_{a2}$ ;

$\Delta^{\pm}(\Delta_i m \Delta_i t) = \Delta^{\pm}_i m \Delta^{\pm}_i t - \Delta^{\pm}_i m \Delta^{\pm}_i t$ ,  $\Delta^{\pm}_i m$ ,  $\Delta^{\pm}_i m$  - додаткові маси, що додаються до основної маси  $m$  і змінюють інерційність коливальної системи при парній і непарній змінах інерційності відповідно.

На підставі (10) мінімізуюча функція  $S$  має вигляд

$$S = \sum_{i=1}^{2N} \left[ \Delta^{\pm}\Delta_i\Psi - \hat{\omega}_0 \Delta^{\pm}\Delta_i t + \hat{\omega}_0 (2\hat{m})^{-1} \Delta^{\pm}(\Delta_i m \Delta_i t) \right]^2. \quad (12)$$

Формуючи частинні похідні  $\frac{dS}{d\hat{\omega}_0}$ ,

$\frac{dS}{d[\hat{\omega}_0 (2\hat{m})^{-1}]}$ , отримаємо такі рівняння для визначення оцінки  $\hat{\omega}_0$  частоти  $\omega_0$  вільних коливань:

$$\left. \begin{aligned} \sum_{i=1}^{2N} \left[ \Delta^{\pm}\Delta_i\Psi \Delta^{\pm}\Delta_i t - \hat{\omega}_0 (\Delta^{\pm}\Delta_i t)^2 + \hat{\omega}_0 (2\hat{m})^{-1} \Delta^{\pm}(\Delta_i m \Delta_i t) \Delta^{\pm}\Delta_i t \right] &= 0 \\ \sum_{i=1}^{2N} \left\{ \Delta^{\pm}\Delta_i\Psi \Delta^{\pm}(\Delta_i m \Delta_i t) - \hat{\omega}_0 \Delta^{\pm}\Delta_i t \Delta^{\pm}(\Delta_i m \Delta_i t) + \hat{\omega}_0 (2\hat{m})^{-1} \left[ \Delta^{\pm}(\Delta_i m \Delta_i t) \right]^2 \right\} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

або

$$\left. \begin{aligned} \hat{\omega}_0 \sum_{i=1}^{2N} (\Delta^{\pm}\Delta_i t)^2 - \hat{\omega}_0 (2\hat{m})^{-1} \sum_{i=1}^{2N} \Delta^{\pm}(\Delta_i m \Delta_i t) \Delta^{\pm}\Delta_i t &= \sum_{i=1}^{2N} \Delta^{\pm}\Delta_i\Psi \Delta^{\pm}\Delta_i t \\ \hat{\omega}_0 \sum_{i=1}^{2N} \Delta^{\pm}(\Delta_i m \Delta_i t) \Delta^{\pm}\Delta_i t - \hat{\omega}_0 (2\hat{m})^{-1} \sum_{i=1}^{2N} \left[ \Delta^{\pm}(\Delta_i m \Delta_i t) \right]^2 &= \sum_{i=1}^{2N} \Delta^{\pm}\Delta_i\Psi \Delta^{\pm}(\Delta_i m \Delta_i t) \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

Із системи (14) визначимо оцінку  $\hat{\omega}_0$  частоти  $\omega_0$  вільних коливань детермінантним методом

$$\hat{\omega}_0 = \frac{\left\{ \sum_{i=1}^{2N} \Delta^{\pm}\Delta_i\Psi \Delta^{\pm}(\Delta_i m \Delta_i t) \sum_{i=1}^{2N} \Delta^{\pm}(\Delta_i m \Delta_i t) \Delta^{\pm}\Delta_i t - \sum_{i=1}^{2N} \Delta^{\pm}\Delta_i\Psi \Delta^{\pm}\Delta_i t \sum_{i=1}^{2N} \left[ \Delta^{\pm}(\Delta_i m \Delta_i t) \right]^2 \right\}}{\left\{ \left[ \sum_{i=1}^{2N} \Delta^{\pm}(\Delta_i m \Delta_i t) \Delta^{\pm}\Delta_i t \right]^2 - \sum_{i=1}^{2N} (\Delta^{\pm}\Delta_i t)^2 \sum_{i=1}^{2N} \left[ \Delta^{\pm}(\Delta_i m \Delta_i t) \right]^2 \right\}} \quad (15)$$

Спосіб визначення оцінки  $\hat{\omega}_0$  частоти  $\omega_0$  вільних коливань лінійної породжувальної системи реалізують на підставі такого алгоритму:

1) Формують  $2N$ , де  $N=1, 2, 3, \dots$  режимів вільних коливань нелінійної дисипативної коливальної системи.

2) В кожному з  $2N$  режимів вільних коливань нелінійної коливальної системи масу системи змінюють на величину  $\Delta_i m$  ( $i = \overline{1, 2N}$ ). Тому отримаємо таку дискретну послідовність величин мас  $(m + \Delta_1 m)$ ,  $(m + \Delta_2 m)$ , ...,  $(m + \Delta_i m)$ , ...,  $(m + \Delta_{2N} m)$ , для кожної з яких формують режим вільних коливань.

3) Задають постійне для всіх  $2N$  режимів початкове значення амплітуди  $X_{a1}$  вільних коливань коливальної системи і постійне для всіх  $2N$  режи-

мів кінцеве значення амплітуди  $X_{a2}$  вільних коливань ( $X_{a2} < X_{a1}$ ) коливальної системи.

4) В кожному  $i$ -му з  $2N$  режимів вільних коливань при зміні амплітуди коливань від значення  $X_{a1}$  до значення  $X_{a2}$  фіксують часовий інтервал  $\Delta_i t$  і число циклів  $n_i$  коливань в часовому інтервалі  $\Delta_i t$ .

5) Формують інформаційні масиви часових інтервалів  $\Delta_1 t, \Delta_2 t, \dots, \Delta_i t, \dots, \Delta_{2N} t$  і відповідних чисел циклів  $n_1, n_2, \dots, n_i, \dots, n_{2N}$ , що поелементно відповідають інформаційному масиву мас  $(m + \Delta_1 m)$ ,  $(m + \Delta_2 m)$ , ...,  $(m + \Delta_i m)$ , ...,  $(m + \Delta_{2N} m)$ .

Кожний інтервал із множини  $2N$  часових інтервалів вимірюють при наявності похибок вимірів. Тому необхідно сформувати клас мінімізуючи функцій для визначення оцінки  $\hat{\omega}_0$  частоти вільних коливань  $\omega_0$ .

Новим в алгоритмі є проведення операцій вимірювання, фіксації і запам'ятовування  $(2N-1)$  часових інтервалів  $\Delta t$  і  $(2N-1)$  чисел циклів  $n_i$  вільних коливань додатково для множини коливальних систем, що формується набором коливальних систем із масами  $(m+\Delta_2m)$ , ...,  $(m+\Delta_1m)$ , ...,  $(m+\Delta_{2N}m)$  при зміні амплітуди вільних коливань від постійного початкового значення  $X_{a1}$  до постійного кінцевого значення  $X_{a2}$ .

Отримані інформаційні масиви дозволяють сформувати на підставі регресійних залежностей систему нормальних рівнянь і отримати оцінки частоти вільних коливань і інерційно-жорсткісних параметрів.

Спосіб визначення оцінки  $\hat{\omega}_0$  частоти  $\omega_0$  вільних коливань лінійної породжувальної системи реалізують наступним чином.

1) Установлюють випробуваний об'єкт на платформі електродинамічного вібростенда.

2) Формують  $2N$  режимів вільних коливань об'єкта, математична модель якого відповідає нелінійному диференціальному рівнянню другого порядку.

3) В кожному із  $2N$  режимів вільних коливань масу резонуючого елемента дискретно змінюють на величину  $\Delta_i m$  ( $i = \overline{1, 2N}$ ). Тому маємо таку послідовність величин мас НКС  $(m+\Delta_1m)$ ,  $(m+\Delta_2m)$ , ...,  $(m+\Delta_1m)$ , ...,  $(m+\Delta_{2N-1}m)$ ,  $(m+\Delta_{2N}m)$  при виконанні умови вибору додаткових мас  $\Delta_i m \ll m$  ( $i = \overline{1, 2N}$ ).

4) Задають значення початкової амплітуди  $X_{a1}$  вільних коливань і кінцевої амплітуди  $X_{a2}$  вільних

коливань резонуючого елемента випробуваної конструкції. Постійні початкове  $X_{a1}$  і кінцеве  $X_{a2}$  значення амплітуд коливань фіксують в кожному із  $2N$  режимів вільних коливань.

5) В кожному  $i$ -му режимі із  $2N$  режимів вільних коливань вимірюють і фіксують часовий інтервал  $\Delta t$  і число циклів  $n_i$  коливань при зміні амплітуди від значення  $X_{a1}$  до значення  $X_{a2}$  ( $X_{a1} > X_{a2}$ ,  $X_{a1} = \text{const}$ ,  $X_{a2} = \text{const}$ ).

6) Формують і фіксують інформаційний масив часових інтервалів  $(\Delta_1t, \Delta_2t, \dots, \Delta_{2N}t)$  і інформаційний масив відповідних чисел циклів  $(n_1, n_2, \dots, n_{2N})$ , що відповідають інформаційному масиву мас  $[(m+\Delta_1m), (m+\Delta_2m), \dots, (m+\Delta_{2N}m)]$ .

Визначені інформаційні масиви часових інтервалів і відповідних чисел циклів виступають базовими для формування інформаційного масиву мінімізуючих функцій, на підставі яких формується інформаційний масив регресійних залежностей для визначення оцінки  $\hat{\omega}_0$  резонансної частоти  $\omega_0$  породжувальної коливальної системи.

Новим в алгоритмі є формування " $i$ "  $i = \overline{(1, 2N-1)}$  режимів вільних коливань, кожний з яких відповідає коливальній системі, маса якої має значення  $(m+\Delta_i m)$ , і в кожному з яких фіксують і запам'ятовують часовий інтервал  $\Delta t$  і відповідне цьому часовому інтервалу число циклів  $n_i$  при зміні амплітуди коливань від постійного значення  $X_{a1}$  до постійного значення  $X_{a2}$ .